

# ÉCOULEMENTS GRANULAIRES : RHÉOLOGIE ET MODÉLISATION CONTINUE

Pierre-Yves LAGRÉE - Lydie STARON

## Descriptif du Sujet

### 1 Introduction

Les écoulements granulaires sont complexes même dans leurs formes les plus simples : la rigidité des grains et la non linéarité des forces de contacts qui en résulte, leurs propriétés dissipatives, l'absence de coupure d'échelle claire entre la taille des grains et la taille du système, font d'une avalanche de sable à la surface d'une dune un défi sérieux pour les modélisateurs. De fait, le comportement des matériaux granulaires, même dans des conditions les plus standards, est souvent intrigant. Par exemple, les conditions de démarrage ou d'arrêt d'une avalanche montre l'existence d'une forte hystérésis dont l'origine n'est pas entièrement comprise. Dans un autre contexte, il a été montré que les propriétés mécaniques locales sont modifiées par les conditions aux limites même lointaines, ce dont une description classique ne peut rendre compte (Nichol 2010, Ready 2011). Notons enfin que les propriétés plastiques des matériaux granulaires ne résultent pas seulement de la nature des matériaux ou de la forme des grains (ce qui est en soit déjà un champs de recherche actif (Azéma 2012), mais également de la dynamique de l'écoulement (GdRMidi 2004). Il s'agit donc de construire une compréhension physique de la matière discrète afin de pouvoir en élaborer une modélisation continue, qui soit à fois fiable et efficace. La difficulté consiste notamment à établir des lois rhéologiques qui sachent rendre compte de la grande variété des comportements observés. Les enjeux de cette recherche sont nombreux, les matériaux granulaires étant omniprésents dans l'industrie (verrière, pharmaceutique), l'agro-alimentaire (céréales, tous grains comestibles) ou encore le génie civil (sols, sables, ciments), domaines pour lesquels de nombreux problèmes de stockage et de mélange continuent de se poser aux ingénieurs. La matière en grain est également au centre de nombreux processus naturels : érosion, ensablement, glissement de terrains, avalanches de débris, coulées pyroclastiques ...

### 2 Le grain et le système granulaire

Par définition, les systèmes granulaires sont des collections de grains rigides, et pesants, c'est-à-dire que leur taille et leur densité sont telles que les variations d'énergie potentielle dominant très largement leur énergie thermique. En d'autres termes, les outils classiques de la thermodynamique et la description du système comme un ensemble à l'équilibre ne peuvent s'appliquer de façon générique. Les grains interagissent entre eux lors de contacts persistants ou de collisions dissipant efficacement leur énergie. Une conséquence directe est que les systèmes granulaires changent d'« état » sur une distance de quelques grains seulement : une bande de cisaillement fait typiquement une dizaine de diamètres de grain de large. Dans un autre registre, une variation très petite de l'ouverture d'un sablier peut rendre celui-ci intermittent, ou stopper l'écoulement. On voit tout de suite les difficultés rencontrées dès lors que l'on veut définir précisément des propriétés moyennes (densité, viscosité, frottement effectif...) : quel est le plus petit volume élémentaire représentatif ? Peut-il ne contenir qu'une ou quelques dizaines de grains ? Le diamètre des grains détermine dans une large mesure la façon dont le système granulaire se comporte vis-à-vis des conditions aux limites : notamment, si celles-ci impliquent un frottement

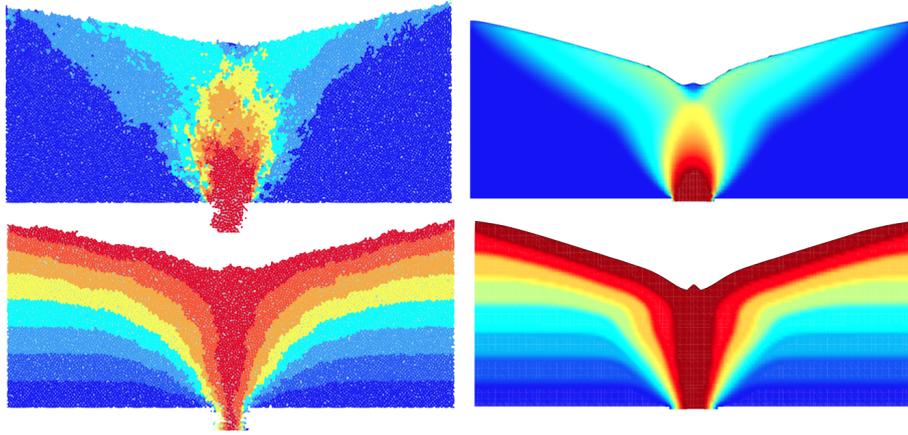


FIGURE 1 – Simulations discrètes et simulations continues du silo granulaire : champs de vitesse, champ de déformation (Staron et al 2013).

important du à la rugosité effective ressentie par les grains, ou même le piégeage d’une partie des grains si la rugosité est grande par rapport à leur taille. Ceci est de grande importance car les conditions aux limites affectent le comportement du système entier, quelque soit sa taille (Jop 2005) : une avalanche sur un plan rigide et une avalanche sur un plan érodible n’auront jamais le même profil de vitesse.

### 3 Vers une modélisation continue

En dépit des difficultés, la compréhension des écoulements granulaires a bénéficié récemment d’avancées cruciales (GdrMidi, 2004, Jop 2006). En particulier, un modèle rhéologique issu de l’observation expérimentale a été proposé, reliant les propriétés plastiques du milieu à la pression et au cisaillement locaux. Dans le sillage de ces travaux, l’équipe encadrante a implementé ce modèle de rhéologie original dans un solveur complet de Navier-Stokes (gerris, Popinet 2003) avec succès, parvenant à reproduire des comportements non-triviaux de façon continue, et sans avoir recours aux simplifications mathématiques qui limitent habituellement la modélisation continue (Lagrée 2011 et al, Staron et al 2012). Cette première ouvre de larges perspectives. Systématiquement confronté à la modélisation discrète (Jean & Moreau 1992), l’outil de modélisation continue nous permet de nous attaquer à la modélisation physique et numérique de nombreux aspects du comportement des matériaux granulaires :

- i) la modification des propriétés mécaniques en fonction des conditions aux limites
- ii) le phénomène de ségrégation,
- iii) les effets de taille finie limitant (ou non) la validité de l’approche continue,
- iv) la validité des approches moyennées (Saint Venant) dans différents contextes.

Ces thèmes structurent le sujet de thèse proposé.

### 4 Les axes de la thèse

Utilisant des configuration d’écoulement simples : effondrement d’un talus, vidange d’une trémis, avalanche sur plan incliné à géométrie variable, le sujet de thèse consiste en une exploration systématique des aspects ci-avant, utilisant outils numériques (discrets et continus) et modélisation physique/mathématique.

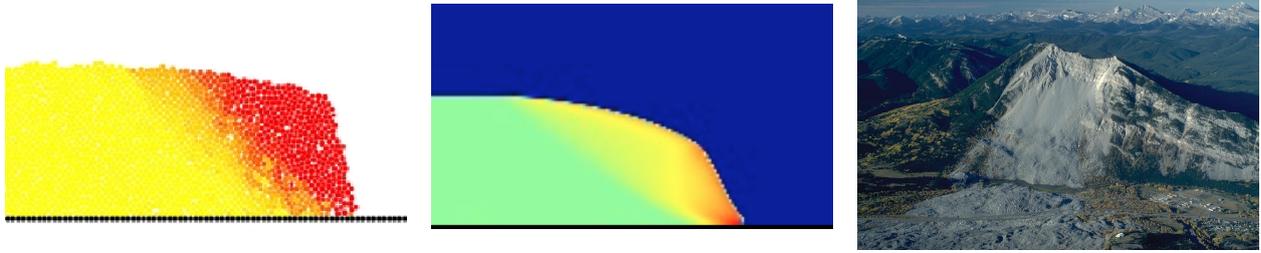


FIGURE 2 – L’effondrement du talus granulaire (discret à gauche, continu au centre) : un paradigme pertinent pour de nombreuses applications ; droite : le glissement de Frank (Canada).

### 1- Effondrement du talus : effet du substrat, érosion-déposition, effet de la taille des grains, implémentation de condition aux limites mixtes.

L’effondrement d’un talus granulaire (grains de taille moyenne  $D$ ) est simulé de façon discrète dans différentes conditions : sur substrat lisse, substrat rugueux de rugosité variable  $\lambda$ , substrat érodible (lit granulaire, grains de taille moyenne  $D'$ ). Sont étudiés de façon systématique en fonction de  $D'/D$ ,  $\lambda/D$  : la géométrie du dépôt, le profil de vitesse et en particulier, la forme du front d’arrêt au cours du temps, la forme du front de l’écoulement. Nous modélisons les comportements observés en termes de conditions aux limites (non glissement, glissement libre, condition de Robin) et de modification des propriétés rhéologiques. La simulation continue complète (Navier-Stokes) nous permet de valider/infirmier nos conclusions. Nous testons et discutons les performances des approches moyennées (Saint Venant) dans les différentes configurations étudiées.

### 2- Ecoulement sur plan incliné : description du phénomène de ségrégation.

Lorsqu’un système granulaire présente plusieurs tailles de grain, un phénomène de séparation intervient quand celui-ci est cisailé : les grains les plus gros migrent vers la surface et les bords de l’écoulement. Aucune description dynamique des forces subies par les grains lors du processus de ségrégation n’est actuellement établie. Par ailleurs, la façon dont ce phénomène affecte les propriétés de l’écoulement pose encore de nombreux problèmes. Nous fondant sur des travaux récents (Staron 2013), nous souhaitons utiliser la modélisation continue pour tester différentes formulations de la ”force de ségrégation”. Ce volet impliquera notamment un effort de modélisation physique important.

### 3- Écoulement par une trémie : effets de taille finie

Lors de la vidange d’une trémie ou d’un silo, l’écoulement de matériau granulaire peut impliquer des longueurs caractéristiques plus petites que la dizaine de grains, rendant légitime le doute quant à la validité de l’approche continue dans ce cas, et en particulier, quant à la possibilité d’ajustement des paramètres rhéologiques. Dans cette configuration, la taille et la forme du système sont les facteurs dont il est crucial de comprendre l’influence. Cet aspect bénéficiera grandement de la possibilité de comparaison systématique entre simulations discrète et continue.

La méthodologie mise en oeuvre prévoit essentiellement deux techniques numériques distinctes et complémentaires : la simulation numérique discrète, et la modélisation continue. Suivant les dispositions du candidat, des expériences simples impliquant des matériaux modèles (billes de verre, sable) pourront être réalisées en salle Savart ou à l’Université de Bristol.

Ce travail trouvera sa finalité dans une meilleure caractérisation théorique de la rhéologie granulaire, et l’élaboration d’un outil fiable de modélisation continue type fluide (Lagrée et al, 2011). Il ouvre de nombreuses perspectives pour la modélisation des écoulements naturels et la gestion des risques associés, mais également pour les procédés industriels et géo-techniques, où les écoulements granulaires ont un vaste champ d’application.