

ED SMAER

Sujet de thèses 2014

Laboratoire : Institut Jean le Rond d'Alembert

Etablissement de rattachement : Université Pierre et Marie Curie (Paris 6)

Directeur de thèse et section CNU ou CNRS : Didier Lucor, CR1 CNRS Section 10, didier.lucor@upmc.fr

Co-direction et section CNU ou CNRS : Belme Anca, Mdc CNU 60, anca-claudia.belme@upmc.fr

Titre de la thèse : Contrôle adaptatif des erreurs d'approximation **déterministe et stochastique** des simulations d'écoulements compressibles

Résumé du sujet :

Le présent projet scientifique vise à adapter des outils numériques encore inemployés ou très peu exploités pour une analyse couplée des erreurs et incertitudes dans les écoulements compressibles. L'application de ces outils permettra d'apporter des éléments de réponse à des questions fondamentales ouvertes relatives à la fiabilité des simulations limitée par les incertitudes et les erreurs numériques et de modèles. Certains travaux traitent ces deux aspects de la simulation séparément sans effectuer un réel couplage.

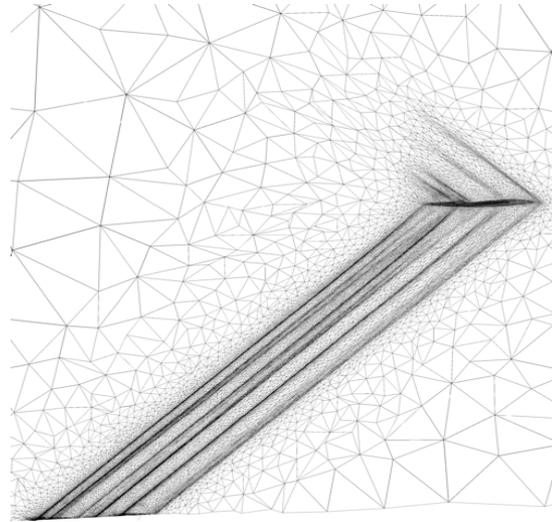
Plus précisément, notre projet a pour but de définir un estimateur d'erreur couplé, capable de prédire et contrôler les erreurs stochastiques et déterministes, tout en prenant en compte leur couplage et leurs effets sur la(les) fonctionnelle(s) d'intérêt.

L'adaptation anisotrope de maillage dans le domaine physique est une thématique qui a déjà été adressée par notre équipe [2]. L'idée est de se servir de ces outils et cette expertise pour tacher de l'appliquer à l'espace stochastique pour améliorer l'approximation de la fonctionnelle d'intérêt. L'anisotropie dans l'espace des paramètres incertains a été identifiée dans de nombreux travaux [4], notamment pour des problèmes non-linéaires, dominés par des chocs. Mais le caractère automatisé d'un contrôle adaptatif de l'erreur n'est pas encore mature ou limité à un ratio d'anisotropie faible. Ainsi, dans ce projet on envisage l'amélioration par des méthodes plus avancées mais non-exploitées dans l'espace paramétrique (e.g. les méthodes basées sur le calcul des métriques Riemanniennes). De plus, l'inférence avec les méthodes adjointes d'analyse des sensibilités et/ou les méthodes variationnelles d'assimilation des données est envisageable pour les différentes erreurs stochastiques (quadrature).

Des simulations numériques des écoulements transsonique et supersonique de fluide parfait et visqueux (autour d'aile d'avion NACA0012, jet SSBJ, et autres configurations aéronautique) dans des domaines à deux et trois directions spatiales en régime stationnaire puis instationnaire et avec un nombre modéré de dimensions paramétriques sont envisagées. Ces cas-tests ont été fréquemment discuté par la communauté de la CFD, avec les deux

problématiques (déterministe et stochastique) traitée séparément. Notre objectif est d'apporter des nouveaux éléments de réponse aux questions ouvertes de cette communauté, mais aussi de comparer la précision et robustesse de nos approches avec les différentes méthodes de la littérature. Le cas des écoulements visqueux est un grand challenge nécessitant un estimateur précis capable de prendre en compte la nature turbulente des écoulements. On souhaite néanmoins insister sur le spectre très large d'application de ces méthodes, qui peut s'étendre à des nombreux axes de l'ingénierie mécanique.

Sujet développé (à présenter en 2 ou 3 pages maximum,
en précisant notamment le contexte, les objectifs, les résultats attendus)



« If a man will begin with certainties, he shall end in doubts; but if he will be content to begin with doubts, he shall end in certainties. » - F. Bacon - 1605.

La recherche scientifique moderne et l'ingénierie s'appuient de plus en plus sur des simulations numériques pour prédire le comportement des phénomènes physiques.

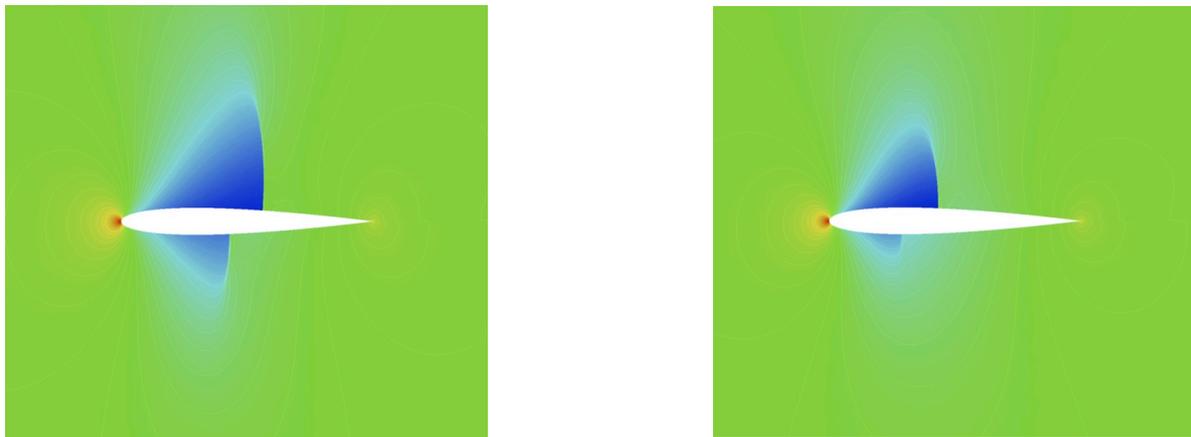
Malgré une évolution continue des méthodes numériques pour mieux approcher la vraie physique au moindre coût, des questions essentielles sur la fiabilité des simulations se posent. Quelle est la précision des prédictions? Les modèles physiques et mathématiques sont-ils corrects? Avons-nous suffisamment d'informations pour définir les conditions d'exploitation? En général, comment pouvons-nous établir des barres d'erreur sur les résultats?

A l'interface de la physique, mathématiques, probabilité et optimisation, la théorie de la quantification des incertitudes (UQ) a pour but de répondre à ces questions en développant des méthodes rigoureuses pour caractériser l'impact de cette « connaissance incomplète » du système.

Un autre aspect qui vient perturber la fiabilité d'une simulation concerne les erreurs numériques. Souvent interprétées comme une forme d'incertitude, les erreurs numériques ne sont pas dues à un manque de connaissance mais typiquement au remplacement de la réalité par une suite de modèles ou d'approximations. Le contrôle des erreurs numériques n'est pas une thématique nouvelle, l'investigation des méthodes d'estimation d'erreurs reste néanmoins d'actualité et en perpétuelle évolution. On peut citer notamment un intérêt de plus en plus focalisé sur les erreurs commises sur une quantité dite « d'intérêt » d'un système complexe. Par exemple: la portance et la traînée en aéronautique, l'impact d'un bruit sur un cible en acoustique, des radiations en ingénierie nucléaire, etc.

Dans la figure plus haut on présente un exemple illustratif d'un tel calcul adaptatif en mécanique des fluides compressibles (calcul adaptatif déterministe réalisé avec le code Wolf

développé initialement à l'INRIA : écoulement supersonique autour d'un jet d'affaire, le SSBJ de Dassault aviation). La quantité d'intérêt considérée pour ce calcul est l'impact de la signature de la pression sur un objet situé au sol à une distance de 100 mètres sous l'avion. On souhaite contrôler la précision de la quantité d'intérêt par le contrôle du maillage. Un estimateur d'erreur basé sur un problème dual (adjoint) est l'indicateur d'adaptation de maillage. On observe un effort de remaillage concentré uniquement sur les ondes de choc qui auront un impact sur la cible. Néanmoins, la localisation de ces ondes de choc peut-être fortement influencée par exemple par les paramètres aéronautiques (l'angle d'attaque, le nombre de Mach,...) définies « a priori ». Une faible variation du nombre de Mach peut fortement influencer la signature de la pression. Un exemple d'un tel comportement est illustré dans les images ci-dessus. L'écoulement transonique autour d'un profil d'aile NACA0012 est considérée. On observe une variation des amplitude et position des ondes de choc assez importante pour une légère modification du nombre de Mach : 0.8 (à gauche) et 0.77 (à droite).



On a donc une dépendance de notre fonctionnelle d'intérêt à des paramètres incertains. Ainsi, une analyse des incertitudes et de leur impact est indispensable pour affiner la réponse à ce problème. Au final on aura donc un champ de solutions *probables* pour notre quantité d'intérêt. La précision de ce champ de solutions est aussi limitée par des erreurs d'approximations commises dans l'espace des paramètres incertains. Une approximation de type Galerkin dans cet espace des paramètres est associée à notre fonctionnelle d'intérêt. On aura ainsi plusieurs sources d'erreur stochastique : par exemple, l'erreur de troncature et celle d'échantillonnage. De plus, une des principales limitations de UQ reste le nombre de paramètres incertains qui est souvent restreint à un nombre modéré (<10, selon le problème traité) mais en réalité pour des systèmes complexes leur nombre peut augmenter très rapidement. Le problème de la dimensionnalité ne sera pas directement adressé dans ce projet de thèse. Il fait l'objet de recherches sur des méthodes de réduction d'ordre et les modèles réduits. Ces aspects pourront être discutés lors de la participation à divers groupes de travail en UQ.

Une connaissance aiguë des incertitudes et des erreurs numériques est indispensable pour quantifier la fiabilité des calculs. De plus, cela permet également de définir une base pour le contrôle adaptatif des phénomènes physiques. De nombreux travaux traitent ces deux aspects de la simulation séparément sans effectuer un réel couplage ([2,4]).

Objectifs :

Le présent projet scientifique vise à adapter des outils numériques encore inemployés ou très peu exploités pour une analyse couplée des erreurs et incertitudes dans l'aérodynamique des fluides compressibles, et de les appliquer pour apporter des éléments de réponse nouveaux à des questions fondamentales ouvertes. Plus précisément, notre projet a pour but de définir un estimateur d'erreur couplé, capable de prédire et contrôler les erreurs stochastiques et déterministes, tout en prenant en compte leur couplage et leurs effets sur la(les) fonctionnelle(s) d'intérêt.

Ce nouveau estimateur d'erreur sera alors utilisé comme indicateur pour une adaptation anisotrope dans les deux espaces d'approximation: stochastique et déterministe. A ce jour, peu d'auteurs ont adressé cette problématique. On peut citer la contribution de [1] qui ouvre la voie à d'autres travaux mais s'est heurté à la problématique du couplage des deux sources d'erreur (quelle erreur domine la simulation? quel espace doit être raffiné en priorité) et aussi à la gestion de l'anisotropie. Plus récemment, des travaux proposent de nouvelles solutions pour traiter ce couplage mais l'approche n'est pas encore générale et complètement robuste [3]. De plus, ces méthodes restent appliquées à des problèmes relativement réguliers et où un raffinement global reste souvent efficace pour améliorer la solution numérique.

Résultats attendus :

L'adaptation anisotrope de maillage dans le domaine physique est une thématique qui a déjà été adressée par notre équipe [2]. L'idée est de se servir de ces outils et cette expertise pour tacher de l'appliquer à l'espace stochastique pour améliorer l'approximation de la fonctionnelle d'intérêt. L'anisotropie dans l'espace des paramètres incertains a été identifiée dans de nombreux travaux [4], notamment pour des problèmes non-linéaires, dominés par des chocs. Mais le caractère automatisé d'un contrôle adaptatif de l'erreur n'est pas encore mature ou limité à un ratio d'anisotropie faible. Ainsi, dans ce projet on envisage l'amélioration par des méthodes plus avancées mais non-exploitées dans l'espace paramétrique (e.g. les méthodes basées sur le calcul des métriques Riemanniennes).

Des expériences numériques de l'aérodynamique compressibles seront plus particulièrement visées dans ce projet. Des simulations numériques des écoulements transsonique et supersonique de fluide parfait et laminaire visqueux (autour d'aile d'avion NACA0012, jet SSB, et autres configurations aéronautique) dans des domaines à deux et trois directions spatiales en régime stationnaire puis instationnaire et avec un nombre modéré de dimensions paramétriques sont envisagées. Ces cas-tests ont été fréquemment discutés par la communauté de la CFD, avec les deux problématiques (déterministe et stochastique) traitées séparément. Notre objectif est d'apporter des nouveaux éléments de réponse aux questions ouvertes de cette communauté, mais aussi de comparer la précision et robustesse de nos approches avec les différentes méthodes de la littérature. Le cas des écoulements visqueux est un grand challenge nécessitant un estimateur précis capable de prendre en compte la nature turbulente des écoulements.

Les aspects de ce travail seront régulièrement présentés et discutés à l'ONERA MFE/DSNA/NUMF qui possède une forte expertise dans ce domaine, en particulier dans le cadre du Programme ITN ANADE de la Commission Européenne.

Références :

[1] L. Mathelin and O.P. Le Maître, Dual-Based *a posteriori* Error Estimate for Stochastic Finite Element Methods, COMM. APP. MATH. AND COMP. SCI, Vol. 2, No. 1, 2007

[2] A. Belme, F. Alauzet and A. Dervieux, Time accurate anisotropic goal-oriented mesh adaptation for unsteady flows, JCP, Vol 231-19, Pag. 6323-6348, 2012

[3] C. M. Bryant, S. Prudhomme and T. Wildey, *A posteriori* error control for partial differential equations with random data, ICES report 13-08, 2013

[4] B. Després, G. Poëtte, and D. Lucor. Review of robust uncertainty propagation in systems of conservation laws with the entropy closure method. In H. Bijl, D. Lucor, S. Mishra, and C. Schwab, editors, Uncertainty Quantification in Computational Fluid Dynamics, Vol.92 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering, p.105–149. Springer-Verlag, 2013.